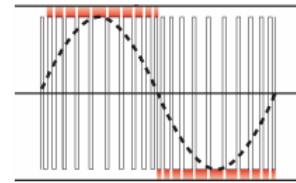

Técnicas de Modulación



3.1 Introducción

En este capítulo se exponen los fundamentos necesarios para el estudio de las técnicas de modulación del CM y se analizan dos de ellas con diferentes características. Se determinan las funciones de modulación de los interruptores de ambas técnicas. Estas funciones son necesarias para generar los patrones PWM en cada interruptor, y que permiten generar los voltajes de salida arbitrarios en amplitud y frecuencia.

La primera técnica consiste en un método básico que fue desarrollado desde los inicios del CM por Venturini y Alesina [11] [12], esta técnica PWM está limitada a una relación de voltaje de entrada-salida de 0.5. El segundo método analizado fue desarrollado por Akio Ishiguro, Takeshi Furuhashi, *et.al* [25]. Con este método se consigue la máxima relación de voltaje entrada-salida de 0.86, conservando las características esenciales del CM, generando corrientes de entrada sin distorsión y utilizando el menor número de conmutaciones por periodo.

3.2 Fundamentos

El Convertidor Matricial (CM) es un convertidor de una sola etapa formada por una matriz de interruptores bi-direccionales, este se muestra en la siguiente Figura

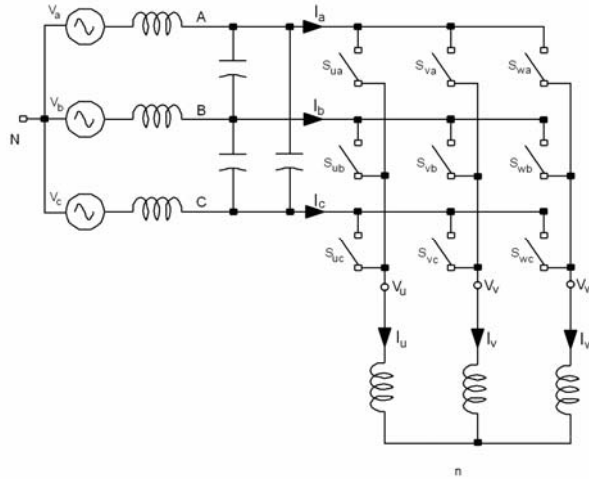


Figura 3.1 Estructura básica del CM.

De la topología básica de la Fig.1, se definen los voltajes y corrientes de entrada como v_k e i_k respectivamente, donde $k = \{a,b,c\}$. Los voltajes de salida al neutro se definen como v_j , mientras que las corrientes de salida como i_j , con $j = \{u,v,w\}$.

Cada interruptor S_{jk} , $j = \{u,v,w\}$, $k = \{a,b,c\}$, puede conectar o desconectar la fase de entrada k a la fase j de salida, con la combinación apropiada de estados permitidos de los interruptores, se obtiene un voltaje de salida de amplitud y frecuencia arbitrarias v_j . Cada interruptor está caracterizado con una función de conmutación s_{jk} , definidas como

$$s_{jk}(t) = \begin{cases} 1, & S_{jk} \text{ cerrado} \\ 0, & S_{jk} \text{ abierto} \end{cases} \quad j \in \{u,v,w\}, \quad k \in \{a,b,c\} \quad (3-1)$$

Debido a la manera en que se encuentran conectados los interruptores de una columna a los voltajes de entrada, sólo un interruptor en cada columna puede cerrarse a la vez, para evitar cortocircuitar la línea. Además, debido al tipo de carga inductiva que maneja el CM, la fase de salida nunca debe abrirse. Estas condiciones se establecen con la siguiente ecuación.

$$s_{ja} + s_{jb} + s_{jc} = 1, \quad j \in \{u,v,w\} \quad (3-2)$$

Con estas consideraciones, sólo 27 combinaciones o estados de conmutación son permitidos para el CM [26], como se había establecido anteriormente. La Tabla 3.1 muestra las diferentes combinaciones clasificadas en tres diferentes grupos.

TABLA 3.1
Combinaciones para los estados conmutados del CM 3 Φ -3 Φ .

Grupo	u v w	V_{uv}	V_{vw}	V_{wu}	i_a	i_b	i_c	S_{ua}	S_{ub}	S_{uc}	S_{va}	S_{vb}	S_{vc}	S_{wa}	S_{wb}	S_{wc}
I	a b c	V_{ab}	V_{bc}	V_{ca}	i_u	i_v	i_w	1	0	0	0	1	0	0	0	1
	a c b	$-V_{ca}$	$-V_{bc}$	$-V_{ab}$	i_u	i_w	i_v	1	0	0	0	0	1	0	1	0
	b a c	$-V_{ab}$	$-V_{ca}$	$-V_{bc}$	i_v	i_u	i_w	0	1	0	1	0	0	0	0	1
	b c a	V_{bc}	V_{ca}	V_{ab}	i_w	i_u	i_v	0	1	0	0	0	1	1	0	0
	c a b	V_{ca}	V_{ab}	V_{bc}	i_v	i_w	i_u	0	0	1	1	0	0	0	1	0
	c b a	$-V_{bc}$	$-V_{ab}$	$-V_{ca}$	i_w	i_v	i_u	0	0	1	0	1	0	1	0	0
II-U	a c c	$-V_{ca}$	0	V_{ca}	i_u	0	$-i_u$	1	0	0	0	0	1	0	0	1
	b c c	V_{bc}	0	$-V_{bc}$	0	i_u	$-i_u$	0	1	0	0	0	1	0	0	1
	b a a	$-V_{ab}$	0	V_{ab}	$-i_u$	i_u	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
	c a a	V_{ca}	0	$-V_{ca}$	$-i_u$	0	i_u	0	0	1	1	0	0	1	0	0
	c b b	$-V_{bc}$	0	V_{bc}	0	$-i_u$	i_u	0	0	1	0	1	0	0	1	0
	a b b	V_{ab}	0	$-V_{ab}$	i_u	$-i_u$	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
II-V	C a c	V_{ca}	$-V_{ca}$	0	i_v	0	$-i_v$	0	0	1	1	0	0	0	0	1
	c b c	$-V_{bc}$	V_{bc}	0	0	i_v	$-i_v$	0	0	1	0	1	0	0	0	1
	a b a	V_{ab}	$-V_{ab}$	0	$-i_v$	i_v	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
	a c a	$-V_{ca}$	V_{ca}	0	$-i_v$	0	i_v	1	0	0	0	0	1	1	0	0
	b c b	V_{bc}	$-V_{bc}$	0	0	$-i_v$	i_v	0	1	0	0	0	1	0	1	0
	b a b	$-V_{ab}$	V_{ab}	0	i_v	$-i_v$	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
II-W	C c a	0	V_{ca}	$-V_{ca}$	i_w	0	$-i_w$	0	0	1	0	0	1	1	0	0
	c c b	0	$-V_{bc}$	V_{bc}	0	i_w	$-i_w$	0	0	1	0	0	1	0	1	0
	a a b	0	V_{ab}	$-V_{ab}$	$-i_w$	i_w	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
	a a c	0	$-V_{ca}$	V_{ca}	$-i_w$	0	i_w	1	0	0	1	0	0	0	0	1
	b b c	0	V_{bc}	$-V_{bc}$	0	$-i_w$	i_w	0	1	0	0	1	0	0	0	1
	b b a	0	$-V_{ab}$	V_{ab}	i_w	$-i_w$	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
III	a a a	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	b b b	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	c c c	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1

En el grupo I cada fase de salida esta conectada a una diferente fase de entrada.

En el segundo grupo dos fases de salida se encuentra conectadas a una fase de entrada generando un voltaje nulo entre ambas fases.

Para el tercer grupo las tres fases de salida se encuentran conectadas a una sola fase de entrada dando un voltaje nulo en las salidas.

Los voltajes de entrada y salida al neutro se expresan como vectores definidos por

$$\mathbf{v}_o = \begin{bmatrix} v_u(t) \\ v_v(t) \\ v_w(t) \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

De la Tabla 3.1 y la Fig. 3.1 pueden obtenerse directamente las siguientes expresiones para los voltajes de entrada y las corrientes de salida. La relación entre los voltajes de entrada y los voltajes en la carga se pueden expresar como

$$\begin{bmatrix} v_u(t) \\ v_v(t) \\ v_w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{ua}(t) & s_{ub}(t) & s_{uc}(t) \\ s_{va}(t) & s_{vb}(t) & s_{vc}(t) \\ s_{wa}(t) & s_{wb}(t) & s_{wc}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Que puede representarse en forma vectorial como

$$\mathbf{v}_o = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v}_i \quad (3-6)$$

Donde \mathbf{T} es la matriz de la función de transferencia instantánea del CM $3\Phi-3\Phi$. De la misma manera, las siguientes expresiones son válidas para las corrientes de entrada y salida del CM.

$$\mathbf{i}_o = \begin{bmatrix} i_u(t) \\ i_v(t) \\ i_w(t) \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

$$\mathbf{i}_i = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

$$\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{ua}(t) & s_{va}(t) & s_{wa}(t) \\ s_{ub}(t) & s_{vb}(t) & s_{wb}(t) \\ s_{uc}(t) & s_{vc}(t) & s_{wc}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u(t) \\ i_v(t) \\ i_w(t) \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

ó en forma vectorial como

$$\mathbf{i}_i = \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{i}_o \quad (3-10)$$

Donde \mathbf{T}^T es la transpuesta de la matriz función de transferencia.

Las ecuaciones (3-6) y (3-10) representan las relaciones instantáneas entre los valores de entrada y salida del CM. Para definir las reglas de modulación, es necesario también considerar el patrón de conmutación empleado. Este tiene generalmente una forma parecida a la mostrada en la Fig 3.2. Mientras que las señales de control generadas por este patrón para la Fase U se muestran en la Fig.3.2

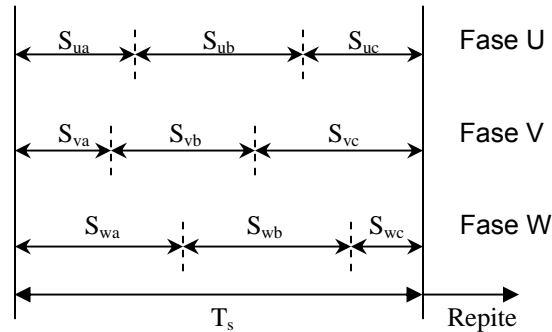


Figura 3.2 Secuencias de Conmutación

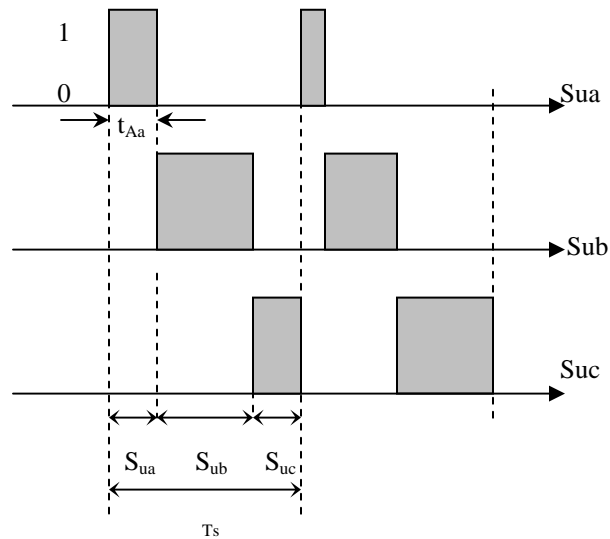


Figura 3.3 Funciones de control S_{uk} , Fase U.

Considerando que los interruptores del CM trabajan con una alta frecuencia de conmutación, pueden generarse un voltaje de salida con amplitud y frecuencia variables modulando los ciclos de trabajo de los interruptores utilizando sus respectivas funciones de conmutación. Por ejemplo, una función $m(t)$ para los ciclos de trabajo del interruptor S_{ua} se define como $m_{ua}(t) = t_{ua} / T_s$, donde T_s es el periodo de conmutación, t_{Aa} es el tiempo que S_{ua} conecta la fase de entrada v_a con la fase de salida v_u , siendo v_a el voltaje visto en la fase de salida en ese instante. Estas funciones continuas en tiempo son utilizadas para definir las estrategias de modulación.

De manera general, haciendo $m_{jk}(t)$ el ciclo de trabajo del interruptor S_{jk} , donde se define a $m_{jk}(t)=t_{jk}/T_s$, que puede tomar los siguientes valores

$$0 < m_{jk} < 1, \quad j \in \{u,v,w\}, \quad k \in \{a,b,c\} \quad (3-11)$$

La matriz de transferencia de baja frecuencia estará definida por

$$M(t) = \begin{bmatrix} m_{ua}(t) & m_{ub}(t) & m_{uc}(t) \\ m_{va}(t) & m_{vb}(t) & m_{vc}(t) \\ m_{wa}(t) & m_{wb}(t) & m_{wc}(t) \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

Esta matriz de funciones continuas, también conocida como matriz de modulación, puede entonces ser utilizada para definir o comparar las estrategias de modulación desarrolladas para el CM en las siguientes expresiones

$$\begin{bmatrix} v_u(t) \\ v_v(t) \\ v_w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{ua}(t) & m_{ub}(t) & m_{uc}(t) \\ m_{va}(t) & m_{vb}(t) & m_{vc}(t) \\ m_{wa}(t) & m_{wb}(t) & m_{wc}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

$$\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{ua}(t) & m_{va}(t) & m_{wa}(t) \\ m_{ub}(t) & m_{vb}(t) & m_{wb}(t) \\ m_{uc}(t) & m_{vc}(t) & m_{wc}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u(t) \\ i_v(t) \\ i_w(t) \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

Estas ecuaciones pueden escribirse de manera mas compacta en notación vectorial como

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{M} \cdot \mathbf{v}_i \quad (3-15)$$

$$\mathbf{i}_i = \mathbf{M}^T \cdot \mathbf{i}_0 \quad (3-16)$$

3.3 Modulación Venturini-Alesina (VA)

El problema de la modulación se da al buscar las funciones $m(t)$ que generen el voltaje de salida con una frecuencia y magnitud arbitrarias. Dados los voltajes de entrada (3-17) y asumiendo las corrientes de salida como (3-18)

$$[V_i(t)] = V_{im} \begin{bmatrix} \cos(\omega_i t) \\ \cos(\omega_i t + 2\pi/3) \\ \cos(\omega_i t + 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

$$[I_o(t)] = I_{om} \begin{bmatrix} \cos(\omega_o t + \phi_o) \\ \cos(\omega_o t + \phi_o + 2\pi/3) \\ \cos(\omega_o t + \phi_o + 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

Se debe encontrar la función de transferencia o matriz de modulación $M(t)$ que definen los ciclos de trabajo para cada interruptor para los siguientes voltajes de salida (3-19) y corrientes de entrada (3-20).

$$[V_o(t)] = qV_{im} \begin{bmatrix} \cos(\omega_o t) \\ \cos(\omega_o t + 2\pi/3) \\ \cos(\omega_o t + 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

$$[I_i(t)] = q \frac{\cos(\phi_o)}{\cos(\phi_i)} I_{om} \begin{bmatrix} \cos(\omega_i t + \phi_i) \\ \cos(\omega_i t + \phi_i + 2\pi/3) \\ \cos(\omega_i t + \phi_i + 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

Donde q es la razón de voltaje, ω_i y ω_o son las frecuencia de entrada y salida respectivamente, y ϕ_i y ϕ_o son los ángulos de desfase de los voltajes de entrada y salida.

Una de las soluciones mas sencillas fue propuesta por primera vez por Venturini y Alesina [11] [12], por lo que el método lleva su nombre, la solución puede escribirse de la siguiente manera.

$$[M(t)] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 + 2q \cos(\omega_m t) & 1 + 2q \cos(\omega_m t - 2\pi/3) & 1 + 2q \cos(\omega_m t - 4\pi/3) \\ 1 + 2q \cos(\omega_m t - 4\pi/3) & 1 + 2q \cos(\omega_m t) & 1 + 2q \cos(\omega_m t - 2\pi/3) \\ 1 + 2q \cos(\omega_m t - 2\pi/3) & 1 + 2q \cos(\omega_m t - 4\pi/3) & 1 + 2q \cos(\omega_m t) \end{bmatrix}$$

$$\text{con } \omega_m = (\omega_o - \omega_i) \quad (3-21)$$

Par fines prácticos, es conveniente representar las funciones de modulación en términos de los voltajes de entrada y salida, por lo que (3-21) queda expresada como sigue

$$m_{jk} = \frac{t_{jk}}{T} = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{2V_j V_k}{V_{im}^2} \right] \quad (3-22)$$

para $j = u, v, w$ y $k = a, b, c$
y V_{im} = Voltaje pico de entrada.

La Fig. 3.4 muestra las funciones de modulación para la fase de salida U, este es un ejemplo para una frecuencia de salida de 15 Hz, con una frecuencia de entrada de 60 Hz y $q=0.5$.

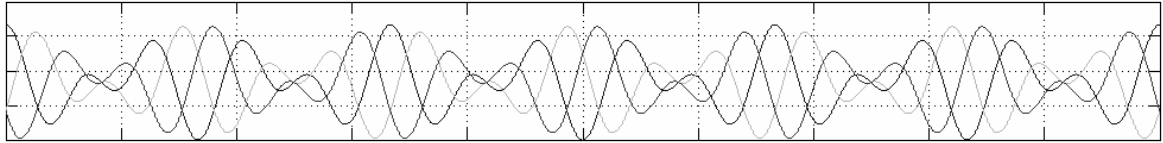


Figura 3.4 Gráfica ejemplo de la funciones de modulación para la fase U.

Una de las principales desventajas de esta estrategia, es que la máxima razón entre el voltaje entrada-salida es de 0.5, haciendo este método inutilizable para fines prácticos. Venturini desarrolló también una nueva técnica para obtener una máxima relación entrada-salida de 0.86. Esta consiste en introducir el tercer armónico de los voltajes de entrada y salida en las funciones de modulación, en se cancelaría en la carga de alimentación trifásica. En este caso (3-22) queda como

$$m_{jk} = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{2V_j V_k}{V_{im}^2} + \frac{4q}{3\sqrt{3}} \sin(\omega_i t + \beta_k) \sin(3\omega_i t) \right] \quad (3-23)$$

para $j = u, v, w$ y $k = a, b, c$

donde $\beta_k = 0, 2\pi/3, 4\pi/3$ para $k = a, b, c$ respectivamente.

La cancelación del tercer armónico se presenta solo si las funciones de modulación son reproducidas exactamente en amplitud y en fase, de lo contrario el voltaje de salida tendrá una distorsión en baja frecuencia, haciendo que el CM no tenga el desempeño requerido.

3.4 Modulación en base a voltajes de entrada línea-línea.

Este método requiere de los valores línea-línea de los voltajes de entrada para generar los voltajes de salida, este método utiliza las combinaciones de los tres grupos de la Tabla 3.1, se genera también el voltaje nulo, que permite modificar el valor promedio de los voltajes de salida. Partiendo de estas consideraciones, se toman sólo dos de las fases de entrada para generar los voltajes de salida, dejando a la de mayor magnitud, conectada durante todo el periodo de conmutación a la fase de salida que requiera el mayor voltaje, positivo o negativo, según sea el caso.

La Fig.3.5 y Fig.3.6 muestran los voltajes de entrada v_k y los voltajes de salida v_j respectivamente.

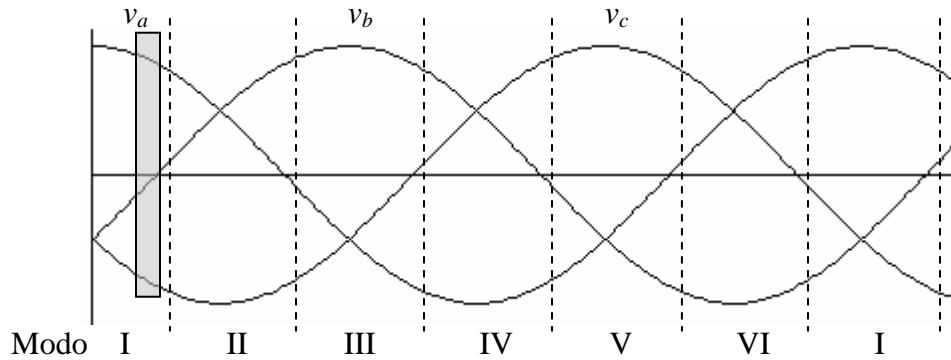


Figura 3.5 Voltajes de entrada

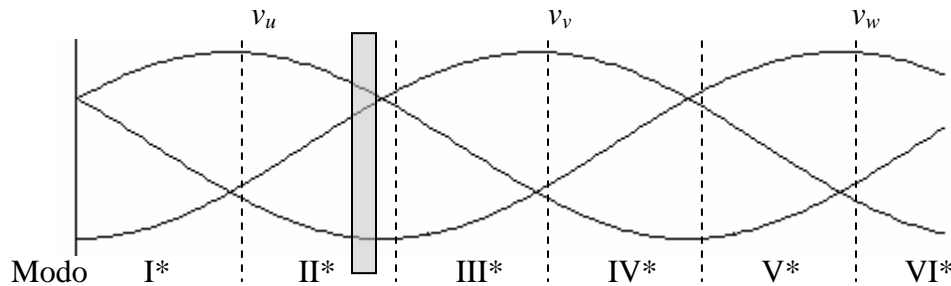


Figura 3.6 Voltajes de salida.

Los voltajes se dividen en modos para poder obtener las funciones de modulación, pues estas son diferentes dependiendo de los modos en que se encuentren los voltajes de salida y entrada.

Los modos en el voltaje de entrada se definen por la polaridad de los voltajes, de manera que uno de los voltajes de entrada en cada modo es la mayor en magnitud, ya sea positiva o negativa, estos se establecen en la Tabla 3.2 en base a la Fig. 3.5.

MODO	I	II	III	IV	V	VI
$v_a > 0$	1	1	0	0	0	1
$v_b > 0$	0	1	1	1	0	0
$v_c > 0$	0	0	0	1	1	1

Tabla 3.2 Modos para los voltajes de entrada.

Donde “1” significa una condición cierta y “0” una condición falsa. Los modos se han definido de esta manera para facilitar su implementación ya sea en simulación o experimentalmente. Como ejemplo, el modo I se establece

cuando la condición $v_a > v_b$ es cierta en tanto que $v_b > v_c$ y $v_c > v_a$ son falsas, como se muestra en la parte sombreada de la Fig. 3.6.

En la Tabla 3.3 se definen los modos para los voltajes de salida. Estos se establecen comparando las magnitudes entre los voltajes.

MODO	I*	II*	III*	IV*	V*	VI*
$v_u > v_v$	1	1	0	0	0	0
$v_v > v_w$	0	1	1	1	0	0
$v_w > v_u$	0	0	0	1	1	1

Tabla 3.3 Modos para los voltajes de salida.

Como se muestra en la parte sombreada de la Fig.3.6. El modo II* se presenta dado que las condiciones $v_u > v_v$ y $v_v > v_w$ son ciertas mientras que $v_w > v_u$ es una condición falsa.

Existen 36 combinaciones posibles que pueden presentarse dependiendo de los modos de los voltajes de entrada y salida. De las cuales pueden agruparse en 9 configuraciones distintas, es decir, 4 combinaciones por cada grupo. Cada grupo se distingue por conectar una fase diferente de entrada a una fase diferente de salida. Esta clasificación se hace debido a que la función de modulación depende de las combinaciones en los modos de los voltajes y se repite en grupos de cuatro combinaciones, estos grupos y sus combinaciones se definen en la tabla 3.4

Grupo	Combinaciones de Modos			
UA	I & I*	I & II*	IV & IV*	IV & V*
UB	III & I*	III & II*	VI & IV*	VI & V*
UC	V & I*	V & II*	II & IV*	II & V*
VA	I & III*	I & IV*	IV & I*	IV & VI*
VB	III & III*	III & IV*	VI & I*	VI & VI*
VC	V & III*	V & IV*	II & I*	II & VI*
WA	I & V*	I & VI*	IV & II*	IV & III*
WB	III & V*	III & VI*	VI & II*	VI & III*
WC	V & V*	V & VI*	II & II*	II & III*

Tabla 3.4 Combinaciones de Modos

El grupo UA implica que la fase de entrada A se conecta a la fase de salida U cuando ocurra cualquiera de las combinaciones de modos correspondientes a UA de la Tabla 3.4.

Para el caso sombreado de las Figs. 3.5 y 3.6, se da la combinación de los modos I & II*, por lo que mientras ocurra esta condición, la fase A se conecta a U encendiendo el interruptor S_{ua} , dado que el voltaje de mayor magnitud suministrado por la fuente es v_a y es positivo, este se transfiere a v_u por ser el voltaje de salida mas positivo.

Para obtener las funciones de modulación se considera inicialmente este caso donde coinciden los modos I y II* como se muestra los rectángulos sombreados en las Figs 3.5 y 3.6. El análisis puede extenderse para las demás combinaciones en los modos.

Con el fin de dar un análisis mas claro del método, se deducen las funciones de modulación $m(t)$ a partir de los ciclos de trabajo denotados por una d . Primero se consideran los tres voltajes L-L para después deducir las funciones de modulación utilizando sólo dos líneas de entrada L-L por cada periodo de conmutación.

Suponiendo las demandas de voltaje como en la Fig.3.6 y considerando entonces los tres voltajes de entrada L-L v_{ab}, v_{bc}, v_{ca} y el voltaje cero denotado como v_{aa} para este caso, los voltajes de salida v_{uv} y v_{uw} se sintetizan de la siguiente manera,

$$v_{uv} = d_{v12} \cdot v_{ab} + d_{v23} \cdot v_{bc} + d_{v13} \cdot v_{ca} + d_{v1} \cdot v_{aa} \quad (3-24)$$

$$v_{uw} = d_{w12} \cdot v_{ab} + d_{w23} \cdot v_{bc} + d_{w13} \cdot v_{ca} + d_{w1} \cdot v_{aa} \quad (3-25)$$

donde $d_{v12}, d_{v23}, d_{v13}, d_{v1}, d_{w12}, d_{w23}, d_{w13}$ y d_{w1} son los ciclos de trabajo de $v_{ab}, v_{bc}, v_{ca}, v_{aa}$ respectivamente para un periodo de muestreo, la suma de los ciclos de trabajo debe ser la unidad para cumplir con las reglas básicas de operación del CM, esto se expresa como

$$d_{v12} + d_{v23} + d_{v13} + d_{v1} = 1 \quad (3-26)$$

$$d_{w12} + d_{w23} + d_{w13} + d_{w1} = 1 \quad (3-27)$$

Donde cada ciclo de trabajo toma valores entre 0 y 1, es decir

$$0 \leq d_{v12}, d_{v23}, d_{v13}, d_{v1}, d_{w12}, d_{w23}, d_{w13}, d_{w1} \leq 1 \quad (3-28)$$

Estos ciclos de trabajo deben ser proporcionales a los voltajes de entrada L-L.

$$d_{v12} = \alpha \cdot v_{ab} \quad (3-29)$$

$$d_{v23} = \alpha \cdot v_{bc} \quad (3-30)$$

$$d_{v13} = \alpha \cdot v_{ca} \quad (3-31)$$

$$d_{v1} = 1 - d_{v12} - d_{v23} - d_{v13} \quad (3-32)$$

$$d_{w12} = \beta \cdot v_{ab} \quad (3-33)$$

$$d_{w23} = \beta \cdot v_{bc} \quad (3-34)$$

$$d_{w13} = \beta \cdot v_{ca} \quad (3-35)$$

$$d_{w1} = 1 - d_{w12} - d_{w23} - d_{w13} \quad (3-36)$$

Donde α y β son coeficientes que corresponden a las demandas de los voltajes de salida, sustituyendo (3-29)-(3-36) en (3-24) y (3-25), se obtienen las siguientes ecuaciones para v_{uv} y v_{uw} .

$$v_{uv} = \alpha \cdot (v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2) \quad (3-37)$$

$$v_{uw} = \beta \cdot (v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2) \quad (3-38)$$

de (3-37) y (3-38) obtenemos el valor de α y β que sustituidos en (3-29)-(3-31) y (3-33)-(3-35) dan las siguientes expresiones para los ciclos de trabajo

$$d_{v12} = \frac{v_{ab} \cdot v_{uv}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-39)$$

$$d_{v23} = \frac{v_{bc} \cdot v_{uv}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-40)$$

$$d_{v13} = \frac{v_{ca} \cdot v_{uv}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-41)$$

$$d_{w12} = \frac{v_{ab} \cdot v_{uw}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-42)$$

$$d_{w23} = \frac{v_{bc} \cdot v_{uw}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-43)$$

$$d_{w13} = \frac{v_{ca} \cdot v_{uw}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-44)$$

La Fig.3.7 muestra como se distribuyen los voltajes de entrada L-L en un periodo de muestreo en función de los ciclos de trabajo para cada voltaje de salida L-L,

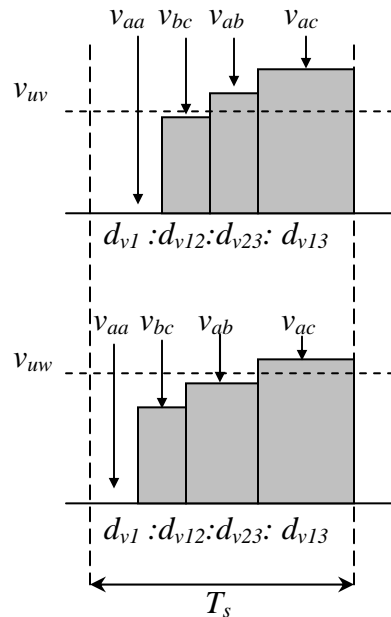


Figura 3.7 Patrón de conmutación

Como se mencionó anteriormente, el siguiente paso es sólo utilizar dos fases de entrada para generar los voltajes de salida. El método consiste en suministrar el mayor voltaje disponible en la entrada a la fase de salida que requiera el mayor voltaje, suponiendo el caso de la Fig. 3.5, debido a que el voltaje de la fase *a*, v_a , es el mayor en magnitud, el interruptor S_{ua} se enciende para conectarse a la fase *u* debido que el voltaje v_u es el mayor de las tres fases de salida. Este modo se representa en la Fig.3.8, con el interruptor S_{ua} cerrado todo el tiempo (color negro).

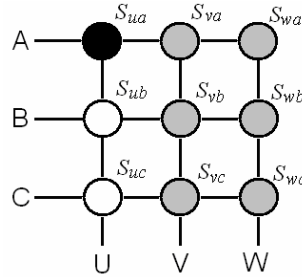


Figura 3.8

Durante este periodo, los interruptores S_{va} - S_{vc} y S_{wa} - S_{wc} (en tono gris) son controlados para obtener los voltajes v_{uv} y v_{uw} que se requieren a la salida. Al tener siempre conectada la fase *A* a la fase *U*, los voltajes disponibles son v_{ab} y v_{ac} , y el voltaje v_{bc} se obtiene como

$$v_{bc} = v_{ac} - v_{ab} \quad (3-45)$$

Sustituyendo (3-45) en (3-24) y (3-25), se obtiene

$$v_{uv} = d_{v1} \cdot v_{aa} + (d_{v12} - d_{v23}) \cdot v_{ab} + (d_{v23} + d_{v13}) \cdot v_{ac} \quad (3-46)$$

$$v_{uv} = d_{v1} \cdot v_{aa} + d_{v2} \cdot v_{ab} + d_{v3} \cdot v_{ac} \quad (3-47)$$

$$v_{uw} = d_{w1} \cdot v_{aa} + (d_{w12} - d_{w23}) \cdot v_{ab} + (d_{w23} + d_{w13}) \cdot v_{ac} \quad (3-48)$$

$$v_{uw} = d_{w1} \cdot v_{aa} + d_{w2} \cdot v_{ab} + d_{w3} \cdot v_{ac} \quad (3-49)$$

donde

$$d_{v1} + d_{v2} + d_{v3} = 1 \quad (3-50)$$

$$d_{w1} + d_{w2} + d_{w3} = 1 \quad (3-51)$$

Estas nuevas variables d_{v1} - d_{w3} corresponden a los ciclos de trabajo de los interruptores S_{va} - S_{wc} respectivamente. Donde d_{v1} y d_{w1} corresponden a los periodos de cero voltaje para v_{uv} y v_{uw} , que permiten controlar el voltaje promedio de los voltajes de salida.

De (3-46) y (3-49) se obtiene

$$d_{v2} = \frac{(v_{ab} - v_{bc}) \cdot v_{uv}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-52)$$

$$d_{v3} = \frac{(v_{bc} - v_{ca}) \cdot v_{uv}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-53)$$

$$d_{w2} = \frac{(v_{ab} - v_{bc}) \cdot v_{uw}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-54)$$

$$d_{w3} = \frac{(v_{bc} - v_{ca}) \cdot v_{uw}}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-55)$$

Que son los ciclos de trabajo para los interruptores de las fases de salida v y w, dado que el interruptor S_{va} se encuentra encendido en este modo, $d_{v1}=1$ mientras que d_{v2} y d_{v3} son nulos. La distribución de los ciclos de trabajo puede observarse en la Fig 3.9

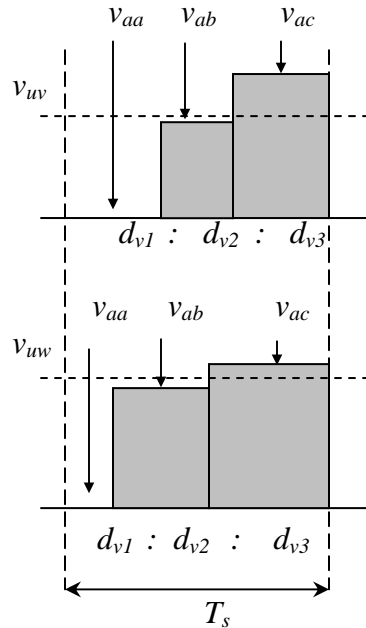


Figura 3.9 Patrón de conmutación

Donde los ciclos de trabajo deben cumplir con las siguientes consideraciones

$$0 \leq d_{v2} + d_{v3} \leq 1 \quad (3-56)$$

$$0 \leq d_{w2} + d_{w3} \leq 1 \quad (3-57)$$

Por otro lado, dado que los voltajes L-L pueden expresarse en función de los voltajes línea-neutro como

$$(v_{ab} - v_{bc}) = -3 \cdot v_b \quad (3-58)$$

$$(v_{bc} - v_{ca}) = -3 \cdot v_c \quad (3-59)$$

Considerando (3-58) y (3-59), las ecuaciones (3-52)-(3-55) pueden describirse como

$$d_{v2} = k \cdot v_b \cdot v_{uv} \quad (3-60)$$

$$d_{v3} = k \cdot v_c \cdot v_{uv} \quad (3-61)$$

$$d_{w2} = k \cdot v_b \cdot v_{uw} \quad (3-62)$$

$$d_{w3} = k \cdot v_c \cdot v_{uw} \quad (3-63)$$

donde

$$k = \frac{-3}{v_{ab}^2 + v_{bc}^2 + v_{ca}^2} \quad (3-64)$$

De la misma manera se obtiene los ciclos de trabajo para los distintos modos de operación. Finalmente las ecuaciones (3-60)-(3-63) pueden ser traducidas en la notación $m(t)$, quedando las funciones de modulación sólo para los modo mostrado en la Fig 3.5 y 3.6 como

$$m_{vb} = k \cdot v_b \cdot v_{uv} \quad (3-65)$$

$$m_{vc} = k \cdot v_c \cdot v_{uv} \quad (3-66)$$

$$m_{va} = 1 - (m_{vb} + m_{vc}) \quad (3-67)$$

$$m_{wb} = k \cdot v_b \cdot v_{uw} \quad (3-68)$$

$$m_{wc} = k \cdot v_c \cdot v_{uw} \quad (3-69)$$

$$m_{wa} = 1 - (m_{wb} + m_{wc}) \quad (3-70)$$

con

$$m_{ua} = 1 \quad (3-71)$$

$$m_{ub}, m_{uc} = 0 \quad (3-72)$$

Estas son las funciones de modulación para los 9 interruptores de CM, pero solo para el caso de las combinaciones del grupo UA.

Para obtener las funciones de modulación para todos los modos, es necesario considerar cada modo por separado, aunque el procedimiento es el mismo para todos los modos.

Es posible obtener las funciones de modulación de los interruptores para cualquier combinación de los modos de entrada y salida. A diferencia del método anterior, se presentan las funciones de modulación para cada interruptor con ecuaciones por partes

Para el interruptor S_{ua} se define la siguiente función de modulación

$$m_{ua} = \begin{cases} 1 & UA \\ 0 & UB, UC \\ k \cdot v_a \cdot v_{vu} & VB, VC \\ k \cdot v_a \cdot v_{wu} & WB, WC \\ 1 - (m_{ub} + m_{uc}) & VA, WA \end{cases} \quad (3-73)$$

donde los valores de m_{ua} dependen de los modos de los voltajes. Las funciones restantes se presentan a continuación

$$m_{ub} = \begin{cases} 1 & UB \\ 0 & UA, UC \\ k \cdot v_b \cdot v_{vu} & VA, VC \\ k \cdot v_b \cdot v_{wu} & WA, WC \\ 1 - (m_{ua} + m_{uc}) & VB, WB \end{cases} \quad (3-74)$$

$$m_{uc} = \begin{cases} 1 & UC \\ 0 & UA, UB \\ k \cdot v_b \cdot v_{vu} & VA, VB \\ k \cdot v_b \cdot v_{wu} & WA, WB \\ 1 - (m_{ua} + m_{ub}) & VC, WC \end{cases} \quad (3-75)$$

$$m_{va} = \begin{cases} 1 & VA \\ 0 & VB, VC \\ k \cdot v_a \cdot v_{uv} & UB, UC \\ k \cdot v_a \cdot v_{wv} & WB, WC \\ 1 - (m_{vb} + m_{vc}) & UA, WA \end{cases} \quad (3-76)$$

$$m_{vb} = \begin{cases} 1 & VB \\ 0 & VA, VC \\ k \cdot v_b \cdot v_{uv} & UA, UC \\ k \cdot v_a \cdot v_{wv} & WA, WC \\ 1 - (m_{va} + m_{vc}) & UB, WB \end{cases} \quad (3-77)$$

$$m_{vc} = \begin{cases} 1 & VC \\ 0 & VA, VC \\ k \cdot v_c \cdot v_{uv} & UA, UB \\ k \cdot v_c \cdot v_{vw} & WA, WB \\ 1 - (m_{va} + m_{vb}) & UC, WC \end{cases} \quad (3-78)$$

$$m_{wa} = \begin{cases} 1 & WA \\ 0 & WB, WC \\ k \cdot v_a \cdot v_{uw} & UB, UC \\ k \cdot v_a \cdot v_{vw} & VB, VC \\ 1 - (m_{wb} + m_{wc}) & UA, VA \end{cases} \quad (3-79)$$

$$m_{wb} = \begin{cases} 1 & WB \\ 0 & WA, WC \\ k \cdot v_b \cdot v_{uw} & UA, UC \\ k \cdot v_b \cdot v_{vw} & VA, VC \\ 1 - (m_{wa} + m_{wc}) & UB, VB \end{cases} \quad (3-80)$$

$$m_{wc} = \begin{cases} 1 & WC \\ 0 & WA, WB \\ k \cdot v_c \cdot v_{uw} & UA, UB \\ k \cdot v_c \cdot v_{vw} & VA, VB \\ 1 - (m_{wa} + m_{wb}) & UC, VC \end{cases} \quad (3-81)$$

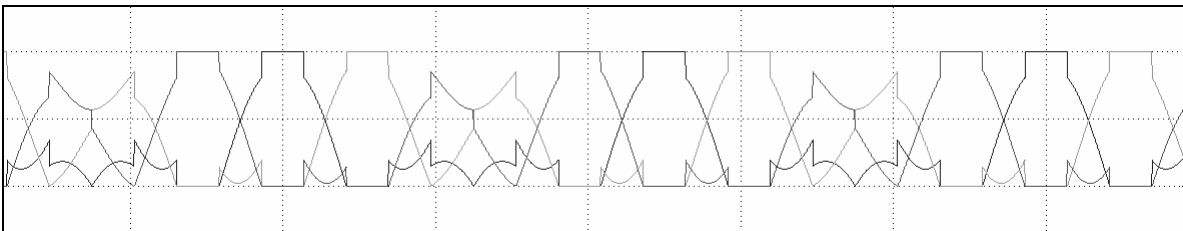


Figura 3.10 Funciones de modulación para los interruptores de la Fase U (m_{ua} , m_{ub} , m_{uc})

En el capítulo 5 se verifican las estrategias de modulación presentadas anteriormente mediante simulaciones en Matlab. Ambos métodos PWM son aplicados al CM de donde se obtienen gráficas de voltajes y corrientes que muestran el correcto funcionamiento del control en base a estos métodos.

El primer método fue implementado experimentalmente en un prototipo que permitió corroborar los resultados esperados, éstos se muestran en el capítulo 5.