CAPÍTULO 5

MÉTODO PROPUESTO: ALGORITMO DE UMBRAL ÓPTIMO

5.1 Introducción

En los capítulos anteriores se han planteado las bases para poder llevar a cabo la reducción de ruido en imágenes usando wavelets, en el Capítulo 2 fueron expuestos los principios teóricos que hace de la Transformada Wavelet (WT) una herramienta muy útil para el procesamiento de señales en este particular caso de imágenes, En el Capítulo 3 se presenta una variante de la (WT), la Transformada Wavelet Compleja (CWT), que en base a trabajos previos garantiza un mejor desempeño que la Transformada Wavelet Discreta (DWT) tradicional y sus variantes, para la reducción de ruido en imágenes. En el Capítulo 4 se dio a conocer la metodología empleada para llevar a cabo el proceso de reducción de imágenes usando wavelets. En éste capítulo se pretende llevar a cabo una síntesis del conocimiento que se ha adquirido, para implementar un método que permita remover el ruido en imágenes empleando un algoritmo de umbral no lineal y recursivo llamado Algoritmo de Umbral Óptimo [AZZ05] en conjunto con la teoría de la CWT. Con la finalidad de que el método que a continuación se expone detalladamente, arroje mejores resultados en cuanto la calidad de la imagen e índices de desempeño en comparación a otros métodos que han sido desarrollados y evaluados con anterioridad.

La técnica de aplicación de un umbral a los coeficientes wavelet, es un método eficiente para remover el ruido en señales [HER03], [ROS05]. Un método cuasi-óptimo de umbral, depende del tamaño de la señal muestreada y de la varianza del ruido, la cual en muchas ocasiones no es un parámetro conocido. A continuación se presenta un algoritmo recursivo para estimar la varianza del ruido. El límite del umbral depende de la Función de Densidad de Probabilidad (PDF) del ruido.

A continuación, se plantea el principio teórico bajo el cual se rige la obtención del Umbral Óptimo.

5.2 Método Recursivo para la obtención de un Umbral Óptimo [AZZ05].

Debido a que el algoritmo de Umbral Óptimo, es un algoritmo recursivo, se deben calcular dos valores iniciales que sirven de partida a todo el proceso de obtención del umbral, tal como se muestra a continuación.

Inicialización

Los valores previos que deben ser obtenidos, son la varianza de la señal con ruido σ_0^2, y un umbral inicial λ_0. A continuación, se muestra el procedimiento para la obtención de dichos valores.

- Dada la señal con ruido muestreada $p(n)$, y n es el número de muestras de la señal, en el caso de una señal bidimensional como lo son las imágenes, n se sustituye por $n \times m$ que representan el número de muestras totales a lo largo y ancho de la imagen. Se calcula la transformada Wavelet ya sea Discreta ó Compleja de dicha señal para obtener $\tilde{p}_\gamma$, donde γ es un índice múltiple, donde j denota la escala y k la posición de la wavelet, $\gamma = (j,k)$.

Una vez que se obtiene la descomposición de la señal en coeficientes wavelet, se calcula la varianza de la señal con ruido transformada. $\sigma_0^2 = \frac{1}{n}\sum_{\gamma \in \Gamma^J} \left|\tilde{p}_\gamma\right|^2$; donde Γ^J es un conjunto de índices definido por: $\Gamma^J = \left\{\gamma(j,k) \;\; j = 0,...,J-1 \;\; y \;\; k = 0,...,2^j - 1\right\}$ [AZZ05]. Empleando la varianza que ha sido obtenida, se calcula el umbral λ_0, haciendo: $\lambda_0 = \left(2\ln n\sigma_0^2\right)^{1/2}$.

Iteración

► Se calcula una nueva varianza y un nuevo valor de umbral, los cuales consideran los valores obtenidos anteriormente: $\sigma_{t+1}^2 = \frac{1}{n}\sum_{\gamma\in\Gamma^J}\left|\left(\tilde{p}_\gamma\right),\lambda_0\right|^2$ y se obtiene un nuevo umbral, $\lambda_{t+1} = \left(2(\ln n)\sigma_{t+1}^2\right)^{1/2}$ [AZZ05].

► Una vez que se ha definido una secuencia de los umbrales estimados iteradamente, $(\lambda_t)_{t\in\mathbb{N}}$ y de las varianzas estimadas $(\sigma_t^2)_{t\in\mathbb{N}}$. La convergencia de estos valores depende del valor inicial de estos parámetros y de la función de iteración $I_{p,n}(\lambda)$.

$$I_{p,n}(\lambda) = \left(\frac{2\ln n}{n}\sum_{\gamma\in\Gamma^J}\left|\left(\tilde{p}_\gamma\right),\lambda_t\right|^2\right)^{1/2} = \left(\frac{2\ln n}{n}\sum_{\gamma\in\Gamma_T}\left|\tilde{p}_\gamma\right|^2\right)^{1/2} \qquad (62)$$

Convergencia

Para poder llevar a cabo una estimación fija del umbral, que como se muestra en la función $I_{p,n}(\lambda)$ es muy variable, es necesario tomar la siguiente consideración:

► Teorema 1 de Convergencia. La función de iteración definida anteriormente $I_{p,n}(\lambda)$, conlleva a la suposición, de que existe un intervalo $[\lambda_a,\lambda_b]\subset\mathbb{R}^+$ tal que $I_{p,n}(\lambda_a)\geq\lambda_a$ y $I_{p,n}(\lambda_b)\leq\lambda_b$, y que además existe un paso t_0 para el cual $\lambda_{t_0}\in\left[\lambda_a,\lambda_b\right]$; entonces de forma general, $\lambda_t = I_{p,n}(\lambda_{t-1})$ converge a un valor de umbral límite $\lambda_{\ell i}$ contenido en $\left[\lambda_a,\lambda_b\right]$. Lo anterior, es demostrado en [AZZ05], y conduce hacia la obtención de un umbral $\lambda_{\ell i} = I_{p,n}(\lambda_{\ell i})$.

$$\lambda_{\ell i} = I_{p,n}(\lambda_{\ell i}) = \left(\frac{2\ln n}{n}\sum_{\gamma\in\Gamma_{\lambda_{\ell i}}}\left|\tilde{p}_\gamma\right|^2\right)^{1/2} \qquad (63)$$

De la implementación de la fórmula anterior en código para Matlab®, se obtienen valores de umbral que varían para cada nivel de descomposición y que además no dependen de un valor de varianza propuesto si no de la estimación de la varianza del ruido presente en la señal. La ecuación (63) está definida para una señal unidimensional, la extensión a dos dimensiones se lleva a cabo sustituyendo el valor de n por $(n \times m)$ que representa el número total de muestras en una señal de dos dimensiones; como lo es el objeto de estudio de ésta tesis, las imágenes.

5.3 Procedimiento

El procedimiento que será llevado a cabo para el método propuesto en ésta tesis, es muy parecido al expuesto en el Capítulo 4 (Sección 4.3). Es decir se deben considerar los siguientes puntos, para llevar a cabo la reducción de ruido en imágenes considerando los coeficientes extraídos al aplicar la CWT a la señal con ruido, y el algoritmo de umbral óptimo descrito en la Sección 5.2 de éste capítulo.

- ► La primera etapa, consiste en la descomposición de la señal con ruido en coeficientes wavelet, empleando la Transformada Wavelet Compleja (CWT).
- ► Posteriormente se obtiene un nivel de umbral, con la ayuda del algoritmo para obtener el Umbral Óptimo [AZZ05], éste algoritmo modificará los coeficientes de la representación de la señal según la CWT a cada nivel de descomposición, ya que es un algoritmo recursivo.
- ► Finalmente se lleva a cabo el proceso de reconstrucción de la señal, a partir de los coeficientes modificados.

En el siguiente capítulo, el proceso aquí presentado, será simulado en Matlab®, y con la ayuda del programa serán obtenidas medidas de rendimiento que reflejan el desempeño del método empleado para la reducción de ruido en imágenes, en base a la calidad de las imagen obtenida al final del proceso; de tal forma el desempeño de éste método será evaluado y comparado con los resultados arrojados por otros métodos. Otro parámetro que debe ser considerado al comparar el método propuesto en ésta tesis con otros métodos para la reducción del ruido, es la complejidad computacional de cada método ya que puede ser un factor que determine qué método es el más conveniente.