

Capítulo 6 Resultados de la Simulación del Caballo de Ajedrez

6.1 Definición del problema

Uno de los problemas más interesantes es encontrar el número de movimientos (costo mínimo) que puede tener un caballo de ajedrez en un tablero de $(n \times n)$, además de conocer la ruta que seguirá, sin repetir una posición dentro del tablero dos veces, bajo las condiciones que establecen las reglas del ajedrez para los movimientos del caballo.

Adaptando la definición formal de [GAR 79], para el problema del Caballo de ajedrez equivale a decir :

Instancia : El problema del Caballo de Ajedrez forma un grafo $G = (V, E)$

Pregunta : ¿ G contiene un circuito hamiltoniano?

6.2 Simulación y Resultados de los movimientos del Caballo de Ajedrez

Los movimientos permitidos para un caballo de Ajedrez son a partir de donde está, es decir debe moverse 2 pasos adelante y uno a la derecha o izquierda. El ejemplo de un movimiento del caballo de Ajedrez se muestra en la figura 6.1.

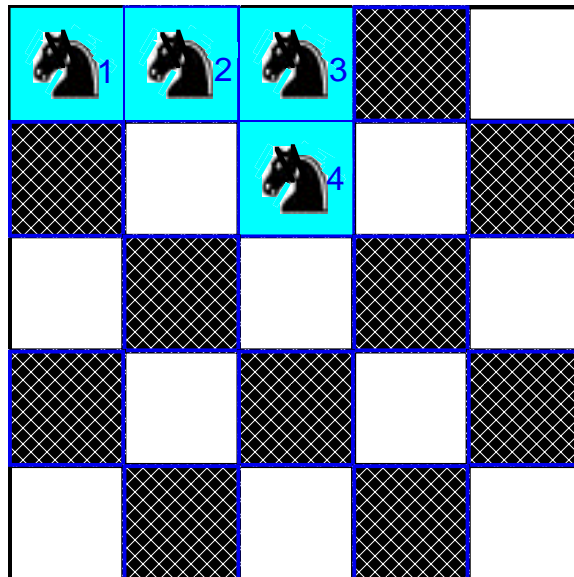


Figura 6.1 Movimientos del Caballo de Ajedrez

Este problema puede representarse en una matriz de adyacencia para el PAV de $(n^2 \times n^2)$, donde n es el tamaño del tablero. En el caso de la figura 6.1 es un tablero de $n = 5$, por lo que la matriz de adyacencia que representa este problema PAV es de $(5^2 \times 5^2)$. Las tiradas legales se describen con la siguiente función :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Costo} = 1 \left\{ \begin{array}{l} (i \pm 1, j \pm 2) \\ \text{ó} \\ (i \pm 2, j \pm 1) \end{array} \right. \\ \text{Costo} = X_{\text{-en_otro_caso}} \end{array} \right.$$

El Costo = X se hizo de 100 por poner un número. El objetivo de darle un valor cualquiera es el de crear una matriz de adyacencia de un grafo completo y no dirigido porque el problema "Caballo de Ajedrez" bajo estas condiciones es un problema PAV Simétrico. Es decir se hace la reducción de un grafo no completo a uno completo de tal manera que las soluciones sean equivalentes.

Se hizo una prueba con la matriz de un tablero de (5x5), con una matriz de adyacencia de (25x25). Usando además una matriz de (25x2) para las claves de las direcciones de la matriz de (25x25) con las tiradas legales que marca la ecuación anterior, como se muestra en la tabla 6.1. Donde se tienen 25 nodos en total (empezando de 0 a 24). Las direcciones de la matriz de (25x2) correspondientes a las tiradas legales y el número de pasos totales que dará el caballo a lo largo del tablero de (5x5). Esta matriz sirve tanto para codificar las direcciones válidas como para decodificar la ruta óptima.

Al hacer la prueba con el método exacto A Better Branch and Bound (por ser el mas rápido entre los exactos programados en este proyecto) dio un costo mínimo de 124, lo que indica que al cerrar el camino Hamiltoniano el 100 no ayudaba a encontrar la solución. Se hizo entonces un truco matemático, agregando una columna y una fila más, dando así una matriz de 26x26. La columna 26 contiene una columna de 1's, mientras que la última fila contiene un 1 en la posición (26,0) y 100 en el resto de la fila, menos la (26, 26) que vale cero como todas las matrices adyacentes. Obviamente al hacer esto la matriz de adyacencia cambia de PAV Simétrico a PAV Asimétrico por las características propias de la matriz como se muestra en la tabla 6.2. Esto permitió que se encontrará una solución exacta como lo reporta la literatura. La matriz de adyacencia se muestra en la tabla 6.2.a y tabla 6.2.b y los resultados se muestran en la tabla 6.3.

Nodo	Matriz(25,2)		Nodo	Matriz(25,2)	
0	0	0	12	2	2
1	0	1	13	2	3
2	0	2	14	2	4
3	0	3	15	3	0
4	0	4	16	3	1
5	1	0	17	3	2
6	1	1	18	3	3
7	1	2	19	3	4
8	1	3	20	4	0
9	1	4	21	4	1
10	2	0	22	4	2
11	2	1	23	4	3
			24	4	4

Tabla 6.1 Matriz de claves del tablero de Ajedrez de (5x5)

26		No. de Nodos													
1		Asimétrica													
i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	100	100	100	100	100	100	1	100	100	100	1	100	100	100
1	100	0	100	100	100	100	100	100	1	100	1	100	1	100	100
2	100	100	0	100	100	1	100	100	100	1	100	1	100	1	100
3	100	100	100	0	100	100	1	100	100	100	100	100	1	100	1
4	100	100	100	100	0	100	100	1	100	100	100	100	100	1	100
5	100	100	1	100	100	0	100	100	100	100	100	100	100	1	100
6	100	100	100	1	100	100	0	100	100	100	100	100	100	100	1
7	1	100	100	100	1	100	100	0	100	100	1	100	100	100	1
8	100	1	100	100	100	100	100	100	0	100	100	1	100	100	100
9	100	100	1	100	100	100	100	100	100	0	100	100	1	100	100
10	100	1	100	100	100	100	100	1	100	100	0	100	100	100	100
11	1	100	1	100	100	100	100	100	1	100	100	0	100	100	100
12	100	1	100	1	100	1	100	100	100	1	100	100	0	100	100
13	100	100	1	100	1	100	1	100	100	100	100	100	100	0	100
14	100	100	100	1	100	100	100	1	100	100	100	100	100	100	0
15	100	100	100	100	100	100	1	100	100	100	100	100	1	100	100
16	100	100	100	100	100	1	100	1	100	100	100	100	100	1	100
17	100	100	100	100	100	100	1	100	1	100	1	100	100	100	1
18	100	100	100	100	100	100	100	1	100	1	100	1	100	100	100
19	100	100	100	100	100	100	100	100	1	100	100	100	1	100	100
20	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1	100	100	100
21	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1	100	1	100	100
22	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1	100	1	100
23	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1	100	1
24	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1	100
25	1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Tabla 6.2.a Matriz del Caballo de Ajedrez de un tablero de (5x5) del nodo 0 al 14

i/j	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1
1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1
2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1
3	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1
4	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1
5	100	1	100	100	100	100	100	100	100	100	1
6	1	100	1	100	100	100	100	100	100	100	1
7	100	1	100	1	100	100	100	100	100	100	1
8	100	100	1	100	1	100	100	100	100	100	1
9	100	100	100	1	100	100	100	100	100	100	1
10	100	100	1	100	100	100	1	100	100	100	1
11	100	100	100	1	100	1	100	1	100	100	1
12	1	100	100	100	1	100	1	100	1	100	1
13	100	1	100	100	100	100	100	1	100	1	1
14	100	100	1	100	100	100	100	100	1	100	1
15	0	100	100	100	100	100	100	1	100	100	1
16	100	0	100	100	100	100	100	100	1	100	1
17	100	100	0	100	100	1	100	100	100	1	1
18	100	100	100	0	100	100	1	100	100	100	1
19	100	100	100	100	0	100	100	1	100	100	1
20	100	100	1	100	100	0	100	100	100	100	1
21	100	100	100	1	100	100	0	100	100	100	1
22	1	100	100	100	1	100	100	0	100	100	1
23	100	1	100	100	100	100	100	100	0	100	1
24	100	100	1	100	100	100	100	100	100	0	1
25	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0

Tabla 6.2.b Continua Matriz del Caballo de Ajedrez de un tablero de (5x5) del nodo 15 al 25

Resultados con la técnica de A Better Branch and Bound :	
Peso final =====	26
No. de vértices ===	26
Tiempo =====	2674 miliseg

Ruta óptima :

0 - 7 - 4 - 13 - 24 - 17 - 10 - 21 - 18 - 9 - 2 - 5 - 16 - 23 -
- 14 - 3 - 6 - 15 - 22 - 19 - 12 - 1 - 8 - 11 - 20 - 25 - 0

Tabla 6.3 Resultados de la simulación del Caballo de Ajedrez de un tablero de (5x5)

Al decodificar la ruta óptima indica el camino que recorrió el caballo para visitar todas las posiciones del tablero permitidas. Como se muestra a continuación:

Nodo	Matriz (25,2)	Movimiento	Nodo	Matriz (25,2)	Movimiento
0	(0,0)	1	23	(4,3)	14
7	(1,2)	2	14	(2,4)	15
4	(0,4)	3	3	(0,3)	16
13	(2,3)	4	6	(1,1)	17
24	(4,4)	5	15	(3,0)	18
17	(3,2)	6	22	(4,2)	19
10	(2,0)	7	19	(3,4)	20
21	(4,1)	8	12	(2,2)	21
18	(3,3)	9	1	(0,1)	22
9	(1,4)	10	8	(1,3)	23
2	(0,2)	11	11	(2,1)	24
5	(1,0)	12	20	(4,0)	25
16	(3,1)	13			

Tabla 6.4 Decodificación de la ruta óptima

Con los datos de esta tabla se escriben en el tablero de 5x5 los movimientos del caballo de Ajedrez, demostrando que el "Problema del Caballo de Ajedrez" contiene un circuito Hamiltoniano, como se muestra en la siguiente figura:

	0	1	2	3	4
0	1	22	11	16	3
1	12	17	2	23	10
2	7	24	21	4	15
3	18	13	6	9	20
4	25	8	19	14	5

Figura 6.2 Ruta óptima del Caballo de Ajedrez de un tablero de (5x5)