

### **Capítulo 3**

#### **Modelos predictivos para series financieras de tiempo basados en la representación esparsiva.**

Dado un conjunto de  $n-1$  valores diarios de los precios de retorno pasados, el objetivo es predecir el retorno del precio en el siguiente día de negociación. Para lograr este objetivo se inicializa un diccionario para la reconstrucción esparsiva de señales mediante el uso de un historial de precios de valores de retorno. Los átomos del diccionario y señales de formación se encuentran en el espacio de dimensión  $n$ . Una versión truncada del diccionario del aprendizaje óptimo del diccionario se utiliza esparsivamente para reconstruir una secuencia de valores de retorno en  $n-1$  días. La versión truncada del diccionario se obtiene mediante la proyección del diccionario óptimo en un espacio de dimensión inferior.

Cada átomo proyectado en el diccionario se caracteriza por tener una dimensión inferior de modo que el  $N-1$  valor de retorno de precio diario puede ser reconstruido esparsivamente sobre el diccionario proyectado. El código esparsivo para la reconstrucción de  $n-1$  precios de valores de retorno diarios sobre el diccionario proyectado también se utiliza para reconstruir

esparsivamente  $n$  precios diarios valores de retorno sobre el diccionario óptimo. La última entrada en el conjunto reconstruido de  $n$  valores de retorno especifica el valor predicho.

### 3.1 Inicialización de diccionario y etapas de aprendizaje.

Una secuencia de observación de precio de valores de retorno en  $\ell$  días de entrenamiento  $\mathcal{B} = \{R_1, R_2, \dots, R_\ell\}$  es extraído desde una serie de tiempo financiera que representa el historial de una compañía en particular de la bolsa de valores. Esto es lo mismo como multiplicar la serie de tiempo financiera por una ventana de duración infinita  $\ell$ .

La secuencia de observación  $\mathcal{B}$  se usa para inicializar cada átomo del diccionario  $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_k] \in \mathbb{R}^{n \times k}$ . Un átomo  $\mathbf{d}_i \in \mathbb{R}^n$  es un vector característica de  $n$ - dimensiones  $\mathbf{d}_i = [R_i, R_{i+1}, \dots, R_{i+n-1}]^T$  que consisten de una sub-secuencia de  $n$  precios de valores de retorno. Cada átomo es obtenido por multiplicar la secuencia de observación  $\mathcal{B}$  por una ventana deslizante de finita duración  $n$ .

La ventana es desplazada solo un elemento mientras se extraen dos átomos consecutivos. La inicialización del diccionario es dada de la siguiente manera:

$$\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_k] = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & \dots & R_{\ell-n+1} \\ R_2 & R_3 & \dots & R_{\ell-n+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_n & R_{n+1} & \dots & R_\ell \end{bmatrix} \quad (11)$$

Una segunda secuencia de observación de precios de valores de retorno en  $p$  días de entrenamiento  $\mathcal{B}_2 = \{R'_1, R'_2, \dots, R'_p\}$  es extraída desde la misma serie de tiempo financiera representando el historial de la compañía para generar un conjunto de  $m$  señales de entrenamiento  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m] \in \mathbb{R}^{n \times m}$  donde son usados para la optimización del

diccionario inicial de manera que cada señal  $\mathbf{x}_i \in R^n$  es esparsivamente reconstruido a través de un diccionario óptimo  $\mathbf{D}$ .

El conjunto de señales de entrenamiento están contenidas dentro de una matriz:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m] = \begin{bmatrix} R'_1 & R'_2 & \dots & R'_{p-n+1} \\ R'_2 & R'_3 & \dots & R'_{p-n+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R'_n & R'_{n+1} & \dots & R'_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

Un enfoque de añadir y eliminar se aplica a cada vector característica durante la inicialización del diccionario y la generación del conjunto de señales de entrenamiento. El último valor de retorno observado se concatena con el siguiente vector columna, y el valor más antiguo de retorno observado en el vector anterior se elimina como se muestra en la figura 3.

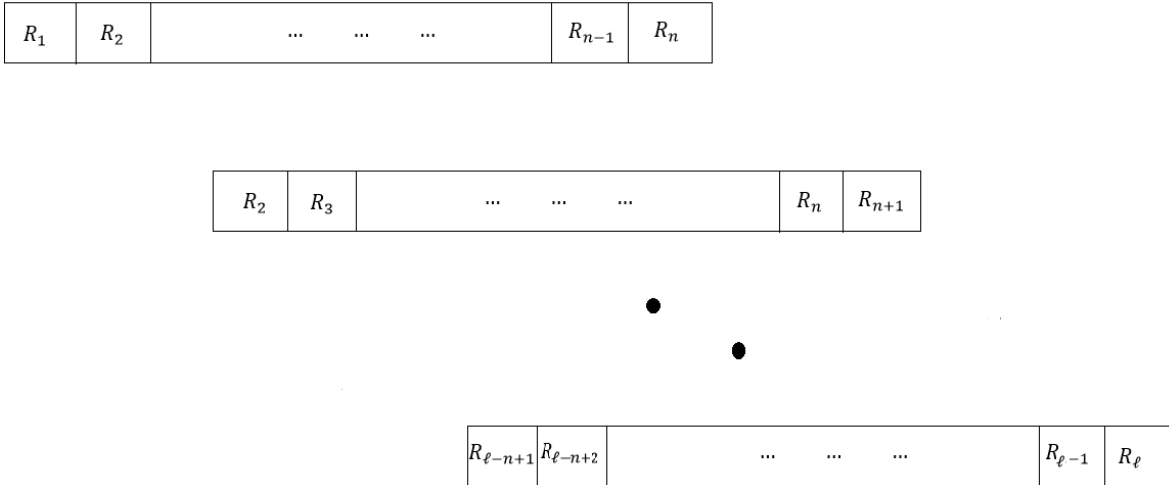


Figura 3 Añadiendo la característica más reciente y eliminando la característica más antigua de cada fila de la matriz.

La tarea del aprendizaje del diccionario es descrita por el problema de minimización en la ecuación 4 que se aplica para encontrar el diccionario óptimo  $\mathbf{D}$ .